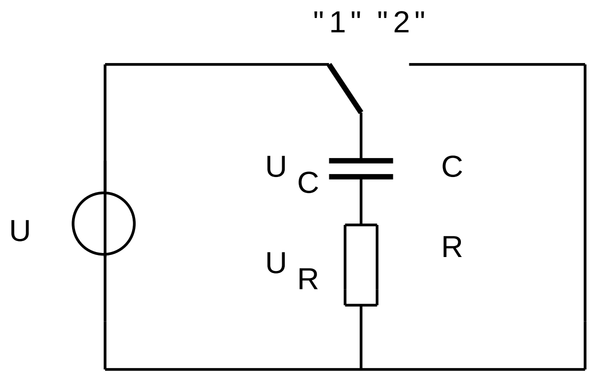
## 4.4 INN- OG UTKOPLING AV EN KONDENSATOR

Ved opp -og utladning av kondensatorer varierer strøm og spenning. Det er vanlig å bruke små bokstaver for å angi øyeblikksverdier av størrelser.

### INNKOPLING AV EN KONDENSATOR - OPPLADNING

Figur 4.4.1




Når bryteren står i stilling "1" blir kondensatoren oppladet fra spenningskilden. Spenningen over kondensatoren øker slik neste kurve viser - figur 4.4.2. Spenningen over resistansen minker når spenningen over kondensatoren øker.

## OPPLADNING

Kirchhoffs 2. lov opprettholder balansen for kretsen dvs at påtrykt spenning er lik summen delspenningene over kondensatoren og resistansen. Delspenningene vil variere med oppladningen. Strømmen i kretsen blir bestemt av resistansen som er koplet i serie med kondensatoren.

$$\boxed{U = u_c + u_r} \qquad 4.4.1$$

---

**Matematikk:**

For å finne arealet av en kurve eller deler av en kurve må en benytte integralregning. Integralregning bygger på derivasjon som beregner avstanden til en akse.

Foran starten av en integrasjon står det et integraltegn $\int$. Integraltegnet har sin begrensning langs x - aksen med start angitt under integraltegnet og slutt over integraltegnet. Det matematiske uttrykket som skal integreres avsluttes den deriverte til den ukjente.

Eksempel på et integral kan være:

$$y = \int_0^{\pi} x \cdot dx$$

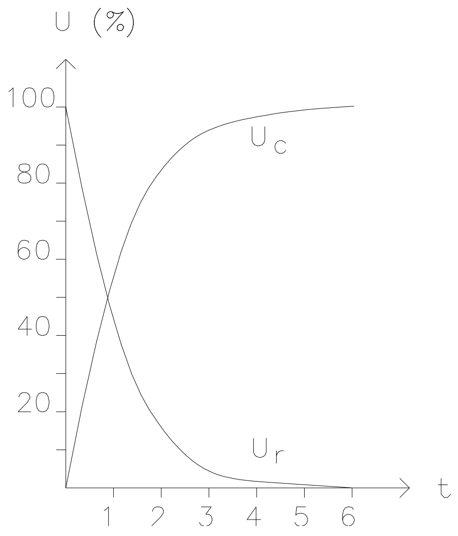
Dette integralet finner arealet av en kurve mellom 0 og π.

Integralregning er pensum i andre klasse ved Teknisk Fagskole, men denne matematiske metode må benyttes for å bestemme formler i elektroteknikken.

Konstante størrelser kan trekkes utenfor integrasjonen.

---

Figur 4.4.2




Under oppladning følger strømkurven kurven for spenningen over resistansen. Det er resistansen i kretsen som bestemmer strømmen.

Strøm og kondensatorspenningen uttrykt ved hjelp av kondensatorens ladning i et øyeblikk under oppladningen:

$$u_c = \frac{q}{C} \qquad \text{og} \qquad i = \frac{dq}{dt}$$

(d`en står for den deriverte av f.eks ladningen. Den deriverte er en meget tynn søyle til kurve for ladningen)

Formel 2.2.1 kombineres med formel 4.4.1:

$$U = u_c + u_r = u_c + R \cdot C \frac{dU_c}{dt} \qquad 4.4.1.A$$

Siste ledd i formelen over består av:

$$i = \frac{q}{t} \qquad \text{og} \qquad q = u_c \cdot C$$

Ved å rydde opp i formelen 4.4.1.A:

$$\frac{dt}{R \cdot C} = \frac{du_c}{U - u_c} \qquad 4.4.1.B$$

Denne likningen må integreres for å finne kondensatorspenningen i tidsrommet 0 til t.

$$\int_0^t \frac{dt}{R \cdot C} = \int_0^t \frac{dt}{\tau} = \int_0^{u_c} \frac{du_c}{U - u_c} \qquad 4.4.1.C$$

Dette integralet løses ved hjelp av integrasjonsregler:

$$-\frac{t}{\tau} = \ln \frac{U - u_c}{U} \qquad 4.4.1.D$$

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U - u_c}{U} \qquad 4.4.1.E$$

dette gir spenningen over kondensatoren ved oppladning:

$$\boxed{u_c = U(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})} \qquad 4.4.2$$

For å finne strømmen i kretsen ved oppladning kombinerer vi formlene 4.4.2 og 4.1.2:

$$q = C \cdot u_c = C \cdot U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \qquad 4.4.2.A$$

Ved å erstatte

$$q = C \cdot u_c \qquad \text{med} \qquad i = \frac{dq}{dt}$$

finnes strømmen i kretsen ved oppladning:

$$\boxed{i_c = I \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}} \qquad 4.4.3$$

Strømmen **I** bestemmes av resistansen og spenningen til spenningskilden.

Tidskonstanten $\tau$ er basert på forholdet RC. Dette kommer fra av formelen 4.4.1.C:

$$\boxed{\tau = R \cdot C} \qquad 4.4.4$$

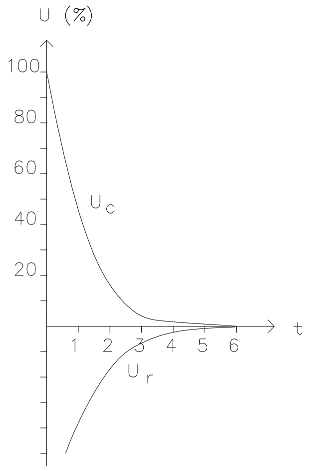
Når tiden $t=\tau$ har ladningen en spenning på 63,2 %.

**UTLADNING**

Når bryteren i figur 4.4.1 blir ført over i stilling 2 vil spenningskilden bli koplet ut og kondensatoren overta som ″spenningskilde″. Kondensatoren vil lade seg ut over resistansen.

$\boxed{u_c + u_r = 0}$ $\boxed{u_c = -u_r}$ 4.4.5

Figur 4.4.3




Under utladning følger strømkurven kurven for spenningen over resistansen. Det er resistansen i kretsen som bestemmer strømmen.

For å finne spenningen over kondensatoren ved utladning må det tas utgangspunkt i spenningsforholdene:

$$u_c = -u_r = -R \cdot C \frac{dq}{q}$$

Ladningen endrer seg fra maksimal ladning Q til øyeblikksverdien til ladningen q ved utladning. Dette gir integralet:

$$\int_0^t dt = -\int_Q^q R \cdot C \frac{dq}{q}$$

Regler for å løse opp integraler er benyttet i løsningen samt logaritmiske regler:

$$-\frac{t}{R \cdot C} = \ln q - \ln Q$$

$$-\frac{t}{R \cdot C} = \ln \frac{q}{Q}$$

$$q = Q \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

**RC** - tiden er det samme som tidskonstanten $\tau$:

$$q = Q \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Kondensatorspenningen kan uttrykkes på følgende form:

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{Q \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}{C} = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Spenningen over kondensatoren ved utladning:

$$\boxed{u_c = U \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}} \qquad 4.4.6$$

Utledning for å finne strømmen i kretsen ved utladning:

$$i_c = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Strømmen i kretsen ved utladning:

$$\boxed{i_c = -I \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}} \qquad 4.4.7$$

Strømmen **I** bestemmes av resistansen og spenningen til kondensatoren når den er maksimalt oppladet..

| | |
|---|---|
| $u_C$ | øyeblikksverdi av spenningen (V) |
| $i_C$ | øyeblikksverdi av strømmen over kondensatoren (A) |
| e | grunntallet i den naturlige logaritmen (2,718) |
| I | maksimal strøm i kretsen (A) |
| U | spenningskildens spenning (V) |
| τ | tidskonstant (s) |
| t | tiden (s) |

BRUK AV KALKULATOR

Formel 4.4.6

$$u_c = U \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}$$

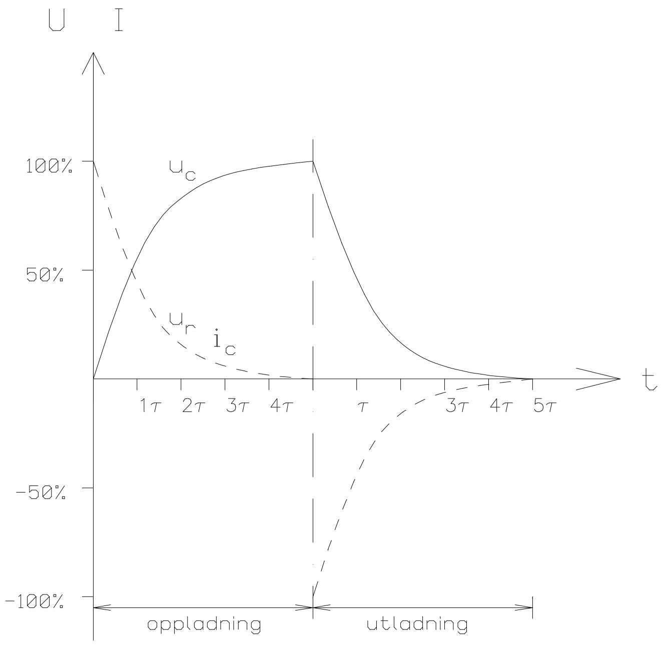
løses på følgende måte med kalkulator når en benytter verdiene:

U=8 V    τ=2 s    t=3 s

[1] [INV] [e^x] [x^y] [(] [3] [+/-] [/] [2] [)] [x] [8] [=] [1,79]

## FORHOLD τ OG $U_C$ VED OPP -OG UTLADNING AV KONDENSATOR

Figur 4.4.4




Spenningen over resistansen $\mathbf{u_r}$ og strømmen i kretsen $\mathbf{i_c}$ følger samme prosentvise kurve under opp -og utladning.

Når spenningen over kondensatoren har nådd 100 % er den lik påtrykt spenning fra spenningskilden. Kondensatoren er da oppladet.

Tidskonstanten **τ** er lik verdien av resistansen **R** ganger verdien av kapasitansen **C**. Det regnes vanligvis **5τ** før en kondensator er oppladet eller utladet. Tabell 4.4.1 viser sammen med figur 4.4.4 hvor fort en kondensator lades opp -og ut i prosent.

| | OPPLADNING | | | UTLADNING | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| t | $u_C$ (%) | $u_r$ (%) | $i_C$ (%) | $u_C$ (%) | $u_r$ (%) | $i_C$ (%) |
| τ | 63,2 | 36,8 | 36,8 | 36,8 | -36,8 | -36,8 |
| 2τ | 86,5 | 13,5 | 13,5 | 13,5 | -13,5 | -13,5 |
| 3τ | 95,0 | 5,0 | 5,0 | 5,0 | -5,0 | -5,0 |
| 4τ | 98,2 | 1,8 | 1,8 | 1,8 | -1,8 | -1,8 |
| 5τ | 99,3 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | -0,7 | -0,7 |

**EKSEMPEL 4.4.1**

En kondensator og en resistans er seriekoplet. Resistansen er på 100 Ω og kondensatoren er på 2,0 mF. Kretsen blir tilført 240 V likespenning for å lade opp kondensatoren.

a) Finn tidskonstanten til kretsen.
b) Regn ut spenningen over kondensatoren 0,3 sekund etter at spenningskilden blir tilkoplet kretsen ved opplading av kondensatoren fra nøytral ladet kondensator.
c) Finn strømmen 0,4 sekund etter at spenningskilden blir tilkoplet kretsen ved oppladning av kondensatoren fra nøytral ladet kondensator.
d) Finn spenningen over kondensatoren 0,5 sekunder etter at kondensatoren fra full oppladet stilling har begynt å lade seg ut over resistansen.
e) Hva blir spenningen over resistansen etter 0,5 sekunder ved utladning?
f) Regn ut strømmen 0,1 sekunder etter utladningen har begynt ved full oppladet kondensator?
g) Hvor mange sekunder tar det før spenningen over kondensatoren er på 200 V ved oppladning?

Løsning:

a) Tidskonstanten:

$$\tau = R \cdot C = 100\Omega \cdot 2{,}0mF = \underline{\underline{0{,}2s}}$$

b) Spenningen over kondensatoren etter 0,3 s ved oppladning:

$$u_C = U(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) = 240V(1 - e^{\frac{-0{,}3s}{0{,}2s}}) = \underline{\underline{186{,}4V}}$$

c) Maksimal strøm i kretsen (i det øyeblikk oppladningen begynner):

$$I = \frac{U}{R} = \frac{240V}{100\Omega} = \underline{2{,}40A}$$

Strømmen i kretsen etter 0,4 s ved opplading:

$$i_C = I \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} = 2{,}40A \cdot e^{\frac{-0{,}4s}{0{,}2s}} = \underline{\underline{0{,}325A}}$$

d) Spenningen over kondensatoren etter 0,5 s ved utladning:

$$u_c = U \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} = 240V \cdot e^{\frac{-0,5s}{0,2s}} = \underline{\underline{19,7V}}$$

e) Spenningen over resistansen etter 0,5 s ved utladning:

$$u_c = -u_r$$

$$u_r = -u_c = \underline{\underline{-19,7V}}$$

f) Strømmen i kretsen etter 0,1 s ved utladning:

$$i_c = -I \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} = -2,40A \cdot e^{\frac{-0,1s}{0,2s}} = \underline{\underline{-1,46A}}$$

g) Tiden det tar før spenningen over kondensatoren er 200 V ved oppladning:

$$u_c = U(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$$

$$200V = 240V(1 - e^{\frac{-t}{0,2s}})$$

$$\frac{200V}{240V} - 1 = -e^{\frac{-t}{\tau}} \qquad \Big| \cdot (-1)$$

$$0,167 = e^{\frac{-t}{0,2s}} \qquad \Big| \cdot \ln$$ (benytter 3. logaritme regel)

$$\ln 0,167 = \frac{-t}{\tau}$$

$$-1,79 \cdot 0,2s = -t$$

$$t = \underline{0,358s} = \underline{\underline{358ms}}$$

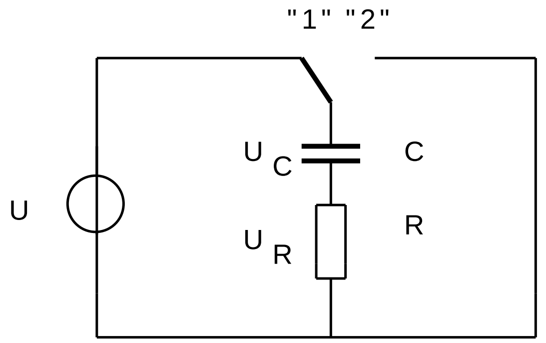
**OPPGAVER**

4.4.1

En kondensator på 100 μF er seriekoplet til en resistans på 50 kΩ.  Kretsen blir tilført en spenning på 300 V likespenning.

a) Finn tidskonstanten.
b) Hva blir maksimal strøm?
c) Hva er strømmen 2 sekunder etter at spenningskilden er tilkoplet kretsen?
d) Regn ut spenningen over kondensatoren 3 sekunder etter at spenningskilden er tilkoplet kretsen.
e) Hva blir strømmen 2 sekunder etter at spenningskilden er koplet fra?
f) Finn spenningen over kondensatoren 10 sekunder etter at spenningskilden er koplet fra.
g) Hvor lang tid tar det før tidskonstanten blir 5 τ, og hva blir spenningen over kondensatoren ved oppladning?

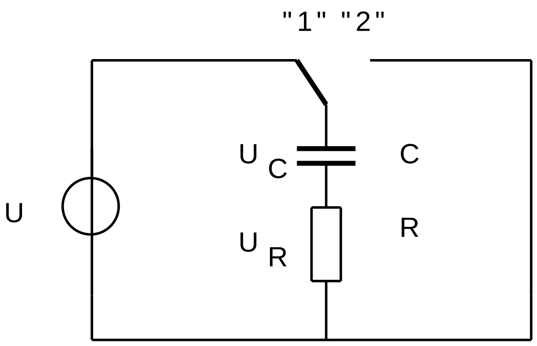
4.4.2




U=12 V R=100 kΩ C=20 μF

Tegn spenningskurvene for kondensatoren og resistansen under oppladning i perioden 0 til 5τ.  Bruk målestokk 1 V=1 cm  og  1 τ=2 cm.

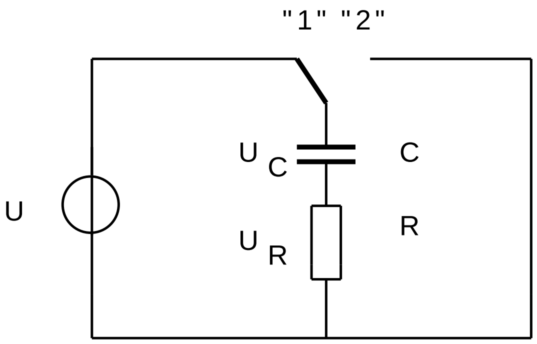
4.4.3




U=12 V R=100 kΩ C=20 μF

Tegn spenningskurvene for kondensatoren og resistansen under utladning i perioden 0 til 5τ. Bruk målestokk 1 V=1 cm og 1 τ=2 cm.

4.4.4




U=50 V R=150 MΩ C=30 nF

a) Finn strømmen i kretsen 3 og 6 sekunder etter at bryteren er i stillingen "1".
b) Hva blir strømmen etter $1^1/_2$ τ etter at bryteren er blitt plassert i stilling "1"?
c) Hvor lang tid bruker spenningen over kondensatoren på å nå 35 V ved oppladning?
d) Hva blir strømmen i kretsen etter 5,5 sekunder når bryteren legges over i stilling "2"? Kondensatoren var fult oppladet før den ble flyttet over i stilling "2".
e) Hvor lang tid bruker spenningen over kondensatoren på å nå 10 V ved utladning?
f) Hvor lang tid bruker spenningen over resistansen på å nå $|15|$ V ved utladning av kondensatoren?

4.4.5

En resistans på 75 kΩ blir seriekoplet til en kondensator på 20 μF. Kretsen har en likespenningskilde på 200 V.

a) Finn spenningen over kondensatoren etter 2 sekunder ved oppladning.
b) Hvor lang tid tar det før spenningen over kondensatoren er 100 V ved oppladning?
c) Hvor lang tid tar det før strømmen gjennom kondensatoren er 1 mA ved utladning?
d) Hvor lang tid tar det før spenningen over resistansen er $|150|$ V ved utladning?

4.4.6

En resistans på 15 kΩ blir seriekoplet til en kondensator på 133,3 μF. Kretsen har en likespenningskilde på 20 V.

a) Finn spenningen over kondensatoren etter 3,5 sekunder ved oppladning.
b) Etter de 3,5 sekundene ved oppladning blir kondensatoren kortsluttet. Hva er spenningen 2 sekunder etter kortslutningen og når er spenningen over kondensatoren mindre enn 0,5 V etter kortslutningen?